Contributions à la résolution de problèmes à une machine avec fonctions temporelles de type exponentiel

Guégnard Frédéric
Bousseau Frédéric
Bourcerie Marc
LISA
IUT Angers-Cholet

Plan

0011 0010 1010 1101 0001 0100

- *Introduction*
- *Problématique générale*
- *Problèmes* $1|p_i(t) = b_i + (a_i - b_i).e^{-\lambda.t}|Cmax$ *et exemples*
- *Conclusion et perspectives*

Introduction

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Notion de complexité :

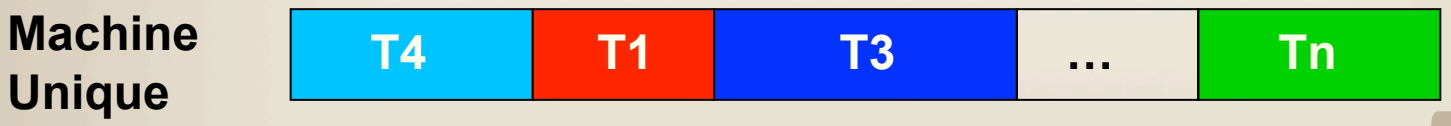
- la classe **P** : problèmes pouvant être résolus en un temps polynomial : problèmes polynomiaux;
- la classe **NP** : pour « Non determinist Polynomial time », problèmes dont les solutions peuvent être vérifiées en un temps polynomial : problèmes NP-difficiles.

Introduction

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Problèmes d'ordonnancement,

⇒ problèmes à une machine,



⇒ dont les durées d'exécution des tâches dépendent du temps,

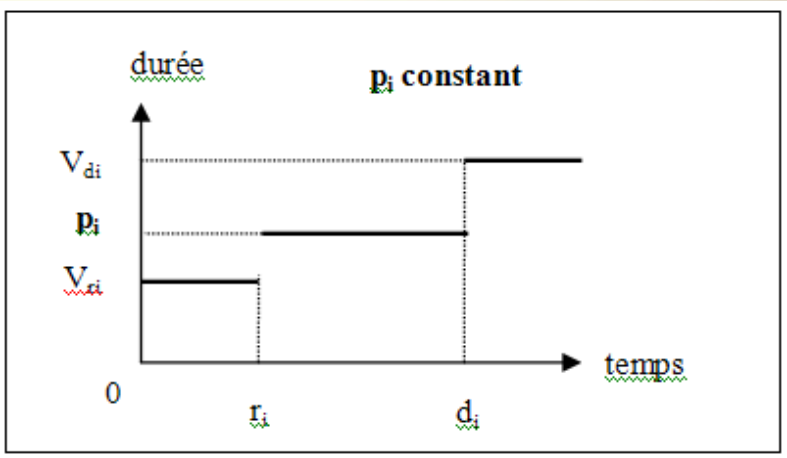
⇒ ordre optimal (Cmax).

Introduction

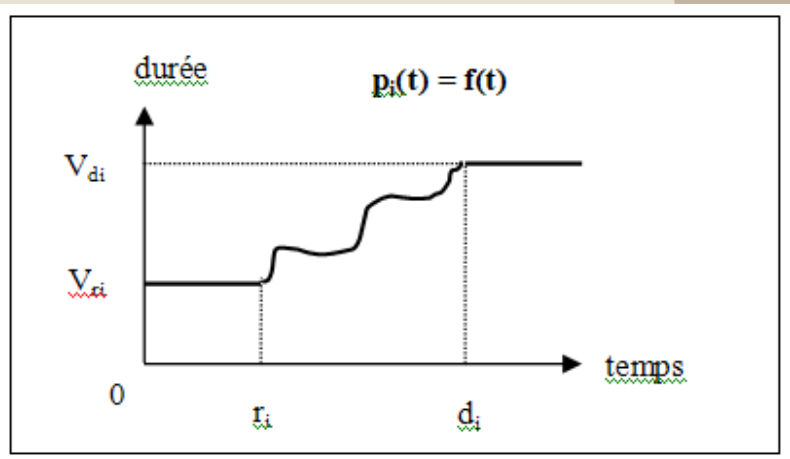
0011 0010 1010 1101 0001 0100

Temps d'exécution des tâches

- Constants



- Variables



Introduction

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Exemples :

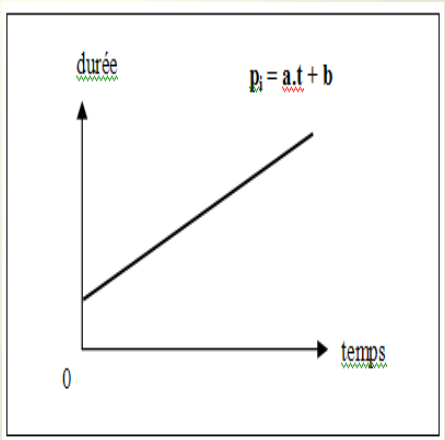
- Urgences médicales,
- Développements des incendies,
- Cuissons dans les fours industriels,
- Exécutions d'opérations militaires.

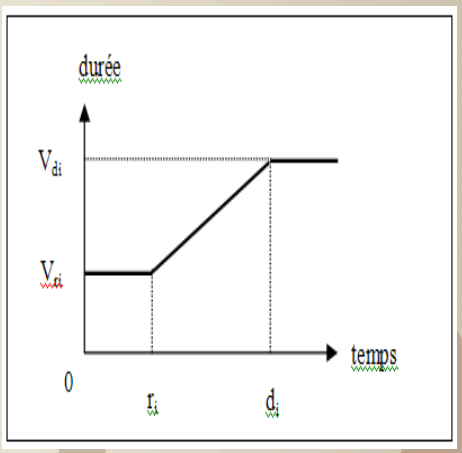
1. Problématique

0011 0010 1010 1101 0001 0100

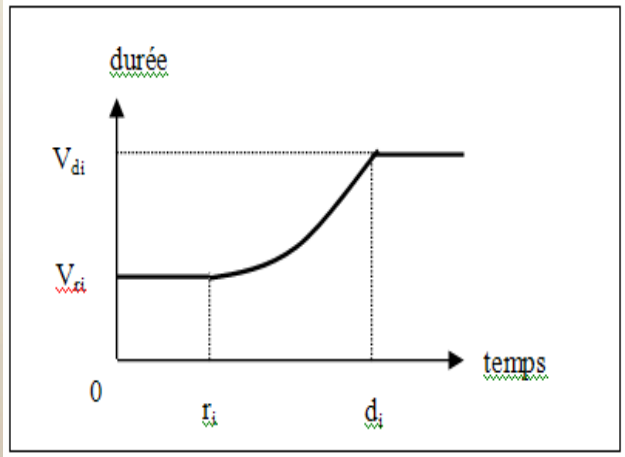
Quels types de fonctions ?

- Linéaires
- Linéaires par morceaux





- Non linéaires
  - Polynomiales
  - Exponentielles



1. Problématique

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Rappels :

- $1 \mid p_i = C^{te}, pmtn, r_i, q_i \mid Cmax$

  Pb polynomial (règle de Jackson).

- $1 \mid p_i = C^{te}, r_i, q_i \mid Cmax$

  Pb NP-difficile résolu par une méthode de Branch and Bound (Carlier).

1. Problématique

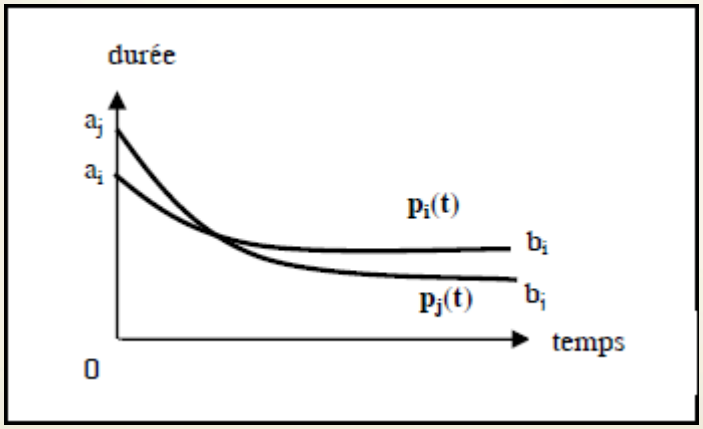
0011 0010 1010 1101 0001 0100

Rappels (suite et fin) :

- $1 \mid p_i(t)=a_i.t+b_i \mid C_{max}$
  Pb polynomial (ordonner toutes les tâches par b_i / a_i croissant).
- $1 \mid p_i(t)=a_i.t+b_i , r_i \mid C_{max}$
  Pb NP-difficile.
- Le problème $1 \mid p_i(t)=a_i.t^n+b_i \mid C_{max}$
  Pb NP-difficile.

2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

0011 0010 1010 1101 000



Rappels :

- Pb NP-difficile.

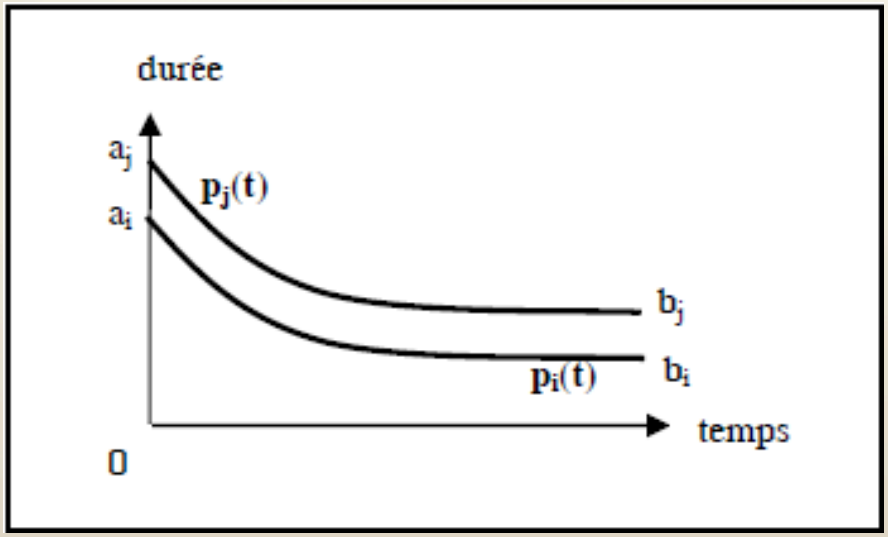
Hypothèses de base :

- Fonctions temporelles décroissantes,
- Paramètre λ commun à toutes les tâches.

2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

Hypothèse 1 vérifiée:

- Ordonner <u>toutes</u> les tâches par a_i et b_i croissant.



2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

Hypothèse 2 vérifiée :

- Ordonner <u>toutes</u> les tâches par a_i et b_i croissant et $(a_i - b_i)$ décroissant

  $\Rightarrow$ Pb polynomial

Exemple : Cmax = 78,704

Indice	a_i	b_i	c_i	$p_i(t)=b_i+(a_i-b_i).e^{-\lambda.t}$
3	14	3	11	$p_3(t)=3+11.e^{-\lambda.t}$
1	17	7	10	$p_1(t)=7+10.e^{-\lambda.t}$
2	22	15	7	$p_2(t)=15+7.e^{-\lambda.t}$
5	27	19	8	$p_5(t)=19+8.e^{-\lambda.t}$
4	32	28	4	$p_4(t)=28+4.e^{-\lambda.t}$

2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

Hypothèse 3 vérifiée :

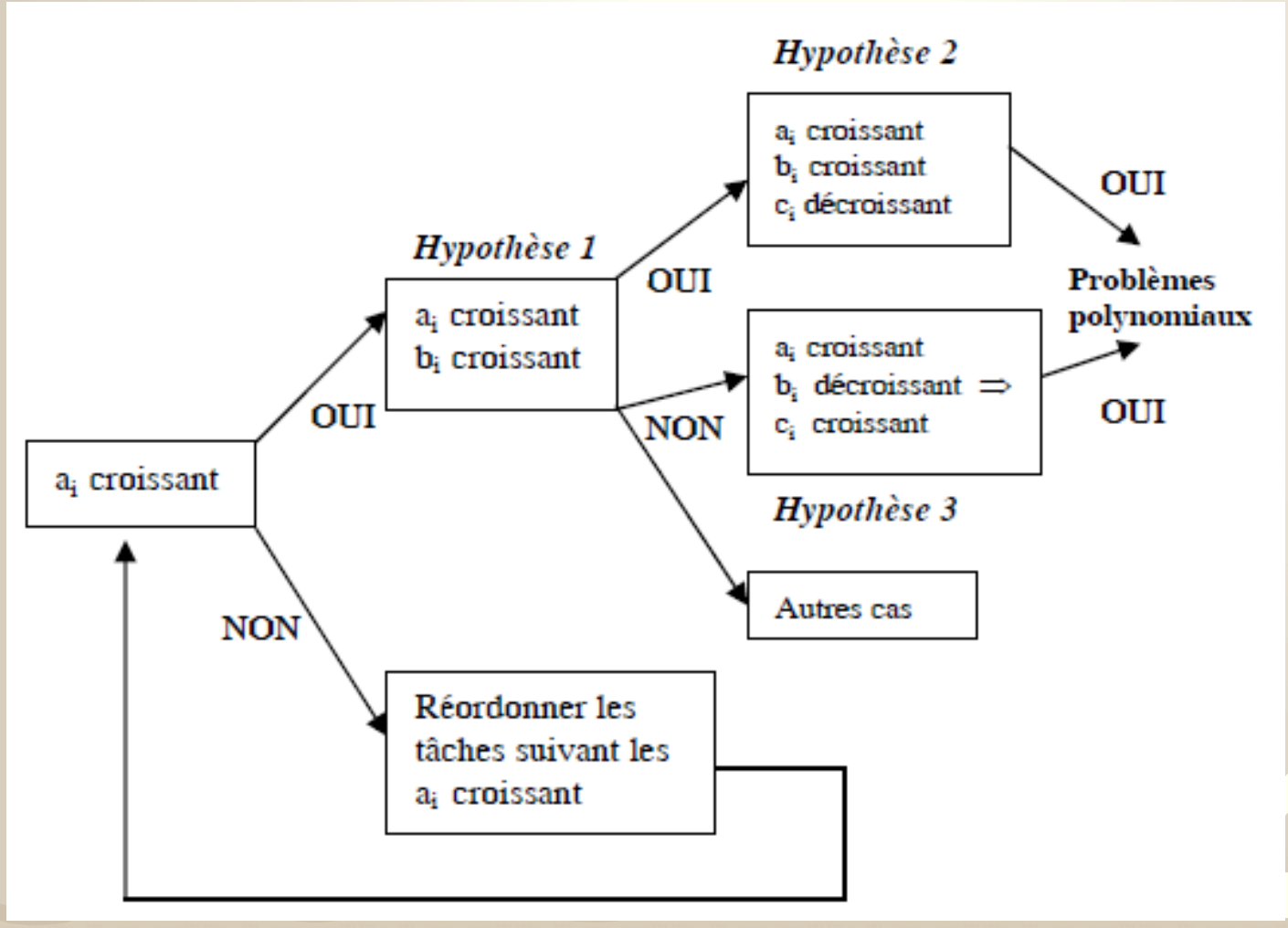
- Ordonner <u>toutes</u> les tâches par a_i croissant et b_i décroissant ($\Rightarrow$ $(a_i - b_i)$ croissant)

  $\Rightarrow$ Pb polynomial

Exemple :Cmax = 46,724

Indice	a_i	b_i	c_i	$p_i(t) = b_i + (a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$
2	11	9	2	$p_2(t) = 9 + 2.e^{-\lambda.t}$
1	15	8	7	$p_1(t) = 8 + 7.e^{-\lambda.t}$
4	21	5	16	$p_4(t) = 5 + 16.e^{-\lambda.t}$
3	26	4	22	$p_3(t) = 4 + 22.e^{-\lambda.t}$
5	29	2	27	$p_5(t) = 2 + 27.e^{-\lambda.t}$

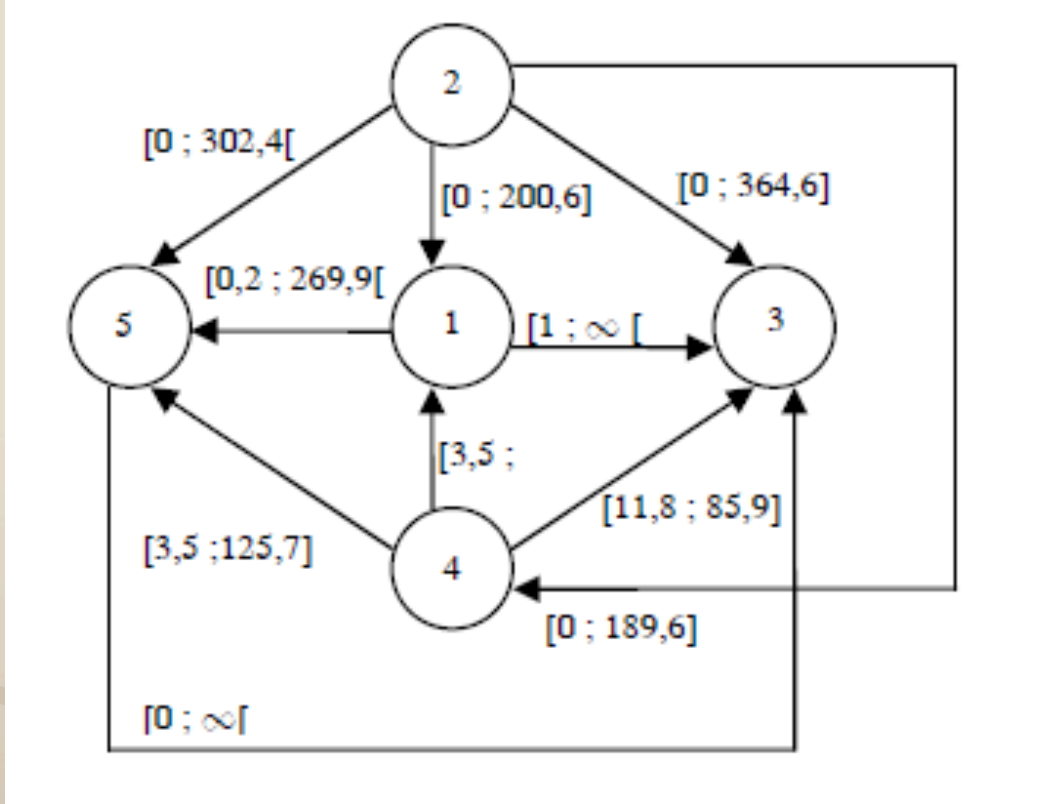
2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}



2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

Autres cas :

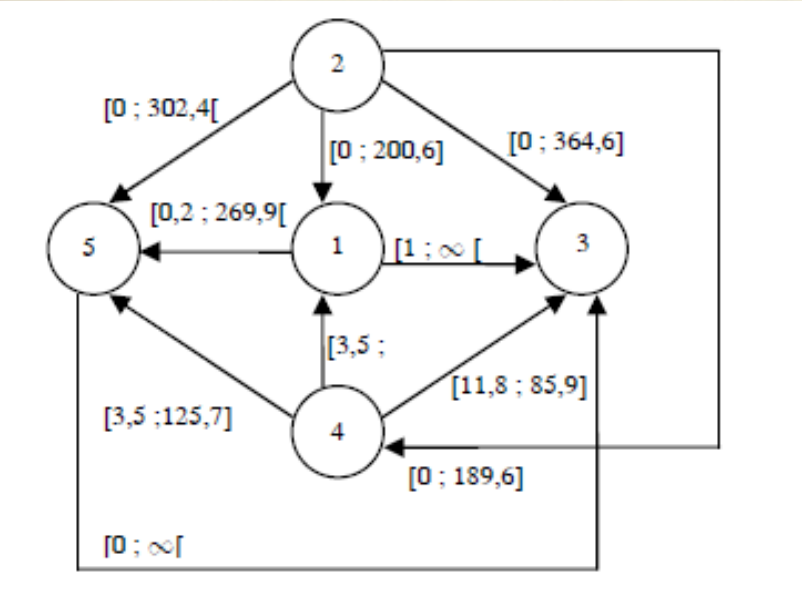
- Construction d'un graphe temporel simple :



2. Le problème 1 | $p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t}$ | C_{max}

0011 0010 1010 1101 0001 0100

- Méthode de résolution :
  - Recherche d'un ou plusieurs chemins vérifiant toutes les contraintes temporelles,



Conclusion et perspectives

0011 0010 1010 1101 0001 0100

- *Conclusion*
  - Nouvelles hypothèses formalisées,
  - Identification de cas polynomiaux,
  - Nouvelle approche pour $1 \mid p_i(t)=b_i+(a_i - b_i).e^{-\lambda.t} \mid C_{max}$,
  - Borne inférieure de la solution optimale.
- *Perspectives*
  - Problème des hypothèses de base, des paramètres,
  - Autres fonctions temporelles.